Физико-технический институт
Томский политехнический университет

Международная научно-практическая конференция
«Физико-технические проблемы в науке, промышленности и медицине»
Секция 3. Математическое моделирование в фундаментальных и прикладных исследованиях

ЗАКОН ОМА И ЗАКОН ДЖОУЛЯ – ЛЕНЦА ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРОВОДНИКОВ СО СТРУКТУРОЙ ГОМОГЕННЫХ ФРАКТАЛОВ

В.А. Чуриков
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: vachurikov@list.ru

Рассмотрено активное сопротивление электрического тока в проводнике с фрактальной структурой. Когда фрактал анизотропный и имеет фрактальную (дробную) размерность вдоль трёх координат, $0 \le \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \le 1$ и $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 = \text{const}$. Фрактальная размерность вдоль распространения тока α_1, а размерности перпендикулярные току будут α_2, α_3, тогда сопротивление $R_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3}$ можно выразить

$$R_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3} = \frac{\tau l_{\alpha_1} \rho}{S_{\alpha_2,\alpha_3}} = \frac{\tau(1+\varphi(\alpha_1)) l \rho}{\alpha_2 \alpha_3 S}.$$

Здесь $l_{\alpha_1} = (1+\varphi(\alpha_1)) l$ - *эффективная длина проводника во фрактале*, которая зависит от фрактальной размерности проводника вдоль распространения тока; l – длина проводника, $l_{\alpha_1} \ge l$; $\varphi(\alpha_1)$ - некоторая функция, зависящая от размерности фрактала, и его топологических свойств, $\varphi(\alpha_1) \ge 0$; $S_{\alpha_2,\alpha_3} = \alpha_2 \alpha_3 S$ - *эффективная площадь сечения фрактального проводника*; S – общая площадь проводника, $S_{\alpha_2,\alpha_3} < S$; ρ – удельное электрическое сопротивление вещества фрактала; τ – топологический коэффициент, который τ>0, если прохождение тока возможно и τ=0, если невозможно.

Используя сопротивление легко записать закон Ома в дифференциальной форме для анизотропного фрактального проводника:

$$j = \frac{E}{R_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3}} = \frac{\alpha_2 \alpha_3 S}{\tau(1+\varphi(\alpha_1)) l \rho} E.$$

Здесь j – плотность тока в проводнике; E – напряжённость электрического поля.

Случай, когда $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta = 1$ и τ=1, соответствует традиционному закону Ома $j = E/R$.

Комплексное сопротивление (импеданс) для контура с активным фрактальным сопротивлением для синусоидального тока для анизотропного случая:

$$Z_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3} = R_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3} + iX = R_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3} + i(wL - (wC)^{-1}).$$

Здесь w - частота; $X = wL - 1/wC$ - реактивное сопротивление, где L – индуктивность и C - ёмкость, которые не являются фрактальными.

Закон Ома для переменных синусоидальных токов будет:

$$j = E(|Z_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3}|)^{-1} = (R^2_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3} + i(wL - (wC)^{-1})^2)^{-1/2} E_0 \sin(wt - \varphi).$$

Здесь E_0 - амплитуда изменения электрического поля, φ – сдвиг фазы, который определяет коэффициент мощности, cos(φ):

$$\cos(\varphi) = R_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3} (|Z_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3}|)^{-1} = (R^2_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3} + i(wL - (wC)^{-1})^2)^{-1/2} R_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3}.$$

Используя полученное сопротивление легко записать закон Джоуля - Ленца для постоянного тока в дифференциальной форме для анизотропного фрактального проводника

$$Q = jE = E^2(R_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3})^{-1}.$$

Здесь Q – теплота выделяемая проводником за единицу времени, когда по нему протекает ток.

Если переменное синусоидальное напряжение приложено к двухполюснику с импедансом $Z_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3} = R_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3} + iX$, то проходящий ток будет меняться по тому же закону, но со сдвигом фазы φ:

$$E = E_0\cos(wt); \quad j_0 = j_0\cos(wt-\varphi).$$

Здесь j_0 - амплитуда изменения электрического тока.

Закон Джоуля - Ленца в дифференциальной форме для переменного синусоидального напряжения и анизотропного фрактального проводника будет:

$$Q = \bar{j}\bar{E}\cos(\varphi).$$

Здесь $\bar{E} = E_0/\sqrt{2}$ и $\bar{j} = j_0/\sqrt{2}$ - соответственно средние (действующие) значения переменного синусоидального напряжения и переменного синусоидального тока.

В частном случае, когда $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta = 1$ и τ=1, соответствует традиционному закону Джоуля - Ленца для переменного тока $Q = j_0E_0/2$.

РОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР ИЗ ВАКУУМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ СПЕЦИАЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

В.М. Шахматов
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: shakh@tpu.ru

Рассмотрено рождение e^+e^- пар полем, представляющим собой суперпозицию бегущих в одном направлении электрического и магнитного полей и поля плоской волны, распространяющейся в том же направлении. Потенциалы поля выбраны так, что удовлетворяют уравнениям Максвелла с нулевыми зарядами и токами. Изучение рождения пар «пустым» полем представляет интерес с космологической точки зрения. Рождающее пары поле зависит только от $u^0 = ct - z$ и имеет вид в проекциях на оси цилиндрической системы координат:

$$E_r = H_\varphi = 2\varepsilon r,\ E_z = 4\gamma,\ H_z = 4(\alpha^2-\gamma^2)^{0,5},\ E_\varphi = -H_r = 2\varepsilon r\gamma(\alpha^2-\gamma^2)^{-0,5},\ \gamma = \beta + \varepsilon u^0 \quad (1)$$

Здесь $\varepsilon, \alpha, \beta$ – произвольные постоянные.

Решение уравнения Дирака в поле (1) получено в [1]. Среднее число родившихся пар $\omega^{(\pm)}_{\{m\}}$ в заданном квантовом состоянии $\{m\}$ и полное число родившихся пар $N^{(\pm)}$ определяется формулами [2] $\omega^{(\pm)}_{\{m\}} = \sum_{\{n\}}\left|G\left\langle m^\pm\middle|n^\mp\right\rangle\right|^2$, $N^{(\pm)} = \sum_{\{m\}}\omega^{(\pm)}_{\{m\}}$, где $G\left\langle m^\pm\middle|n^\mp\right\rangle$ функция Грина в электромагнитном поле.

$$\omega^{(\pm)}_{\{m\}} = \exp\left(-\pi\lambda - \pi d(1-\varsigma)\right)B_+^{\varsigma+1}B_-^{\nu}F\left(-\nu,-s,1;\eta^2\right), \{m\} = (\nu, s, k_3, \varsigma), \eta = \theta\_sh\pi d, \quad (2)$$

F – функция Гаусса, $B_\pm = (1 \pm th\pi d)(1+\theta_+ tg\pi d)^{-1}, s = \nu - l_\varphi, \nu = n + (l_\varphi + |l_\varphi|)(2g_2|\varepsilon k_3|^{0,5})^{-1}$,